

Enseigner les mathématiques avec les NuméRas

Une méthode originale

Cette méthode est destinée à enseigner les mathématiques aux élèves de cycle 2. Elle se distingue fondamentalement des autres méthodes par trois points forts :

- Elle prend appui sur une histoire fictive pour enseigner les mathématiques tout au long de l'année.
- Les mathématiques y sont enseignées selon une progression cohérente et visible autour des concepts mathématiques essentiels à ce niveau des apprentissages.
- Elle intègre explicitement le développement de la maîtrise de la langue¹.

Fruit de plus de dix ans de réflexion dans le cadre de l'interdisciplinarité maths-français, elle a été mise au point quand les programmes de 2008 étaient encore en vigueur. Cette méthode a été testée dans une classe en 2014-2015, puis dans une dizaine de classes en 2015-2016 dans des milieux variés et bien davantage en 2016-2017. C'est ainsi que cette méthode novatrice a précédé, puis rencontré les programmes de 2016 avec lesquels elle est en totale adéquation.

Elle présente les caractéristiques principales suivantes :

- proposer un cadre d'enseignement des mathématiques motivant pour les élèves par une histoire qui sert de fil conducteur ;
- proposer une nouvelle approche de l'ordre d'enseignement des concepts mathématiques du cycle 2 ;
- proposer une approche de ces concepts en réponse à de vrais problèmes soumis aux élèves, problèmes qui leur sont apportés par l'histoire, et auxquels les élèves cherchent des solutions ;
- donner une place essentielle aux concepts clés, en les considérant comme objets explicites d'enseignement ;
- considérer que les premiers apprentissages structurés des mathématiques qui se font au cycle 2 sont si importants qu'il convient de leur consacrer le temps nécessaire, celui imposé par les programmes de 2016 qui sont définis au niveau du nouveau cycle de trois ans ;
- créer les liens essentiels et permanents entre apprentissages de la langue française et apprentissages des mathématiques par des activités ciblées de lecture, d'écriture, de constitution de collections de mots et de phrases, de rédaction d'un dictionnaire spécifique.

¹. Programmes de 2016 :
« Tous les enseignements concourent à la maîtrise de la langue ».

Repenser l'enseignement des mathématiques

Les résultats de l'évaluation CEDRE², publiés en 2014, montrent que 40 % des élèves sont en difficulté en mathématiques à la fin de la scolarité élémentaire. De tels résultats risquent fort d'obérer leur réussite au collège.

Il serait illusoire de ne chercher les causes de ces échecs que dans le cycle 3. On sait que les élèves ne maîtrisant pas la numération de position ont de grandes difficultés à comprendre les nombres décimaux, par exemple la transformation d'une écriture fractionnaire en écriture décimale. Il convient donc de repenser totalement l'enseignement des mathématiques et plus particulièrement celui de la numération au cycle 2. C'est l'objectif que s'est fixé cette méthode par une nouvelle approche.

La démarche proposée est le fruit de l'observation d'enseignements des mathématiques au début du cycle 2 et de l'analyse de fichiers et méthodes proposés à ce niveau des enseignements. Ils conduisent aux constats suivants, à l'origine de la méthode.

Constats à l'origine de la méthode

Constats généraux

L'analyse des méthodes d'enseignement et surtout des fichiers scolaires utilisés dans les classes conduisent aux constats suivants :

- le **nombre d'exercices ou de problèmes proposé est très limité**, parce que contraint par le nombre de pages de l'ouvrage ;
- Les fichiers ne laissent transparaître **aucune trace de recherches** qui auraient pu conduire à l'introduction des concepts **en réponse à des problèmes** ;
- les réponses erronées des élèves sont généralement soigneusement **effacées**, ce qui rend difficile l'observation des progrès des élèves ;
- le **sens de certains concepts** fondamentaux (comme le nombre appelé *zéro*, l'égalité, la décomposition additive des nombres, l'écriture de position des nombres), **apparaît très peu** et reste le fruit d'une démarche expositive³ ;
- le **sens des signes conventionnels**, comme = et + par exemple, n'est **pas explicité**. Pourtant les élèves sont invités à les utiliser depuis le tout début des apprentissages jusqu'à la fin de leur scolarité supérieure ;
- les **notions mathématiques sont dispersées** et éclatées tout au long de l'ouvrage, gênant ainsi la perception d'unités de sens ;
- **aucun fil conducteur** ne montre clairement le cheminement dans l'univers des mathématiques ;
- **les rares structurations** ne semblent pas être construites avec les élèves. Ces phases de structuration, de nature métacognitives, devraient être alimentées par les élèves. Elles ne le sont généralement pas ;
- les **stratégies des élèves** ou les **stratégies expertes** ne sont que rarement mentionnées explicitement ;
- les différences dans l'approche des concepts, selon que ceux-ci répondent à un **problème**⁴ ou selon qu'ils sont le fruit d'une **convention**⁵, ne sont **pas prises en compte** ;
- le **rythme de travail de la classe** et la programmation de l'enseignant sont imposés par le fichier, sans tenir compte de manière différenciée des besoins des élèves ;
- une approche des mathématiques à l'horizon de trois ans est rendue impossible du fait que les **fichiers sont rattachés à un niveau** (CP, CE1 ou CE2) et non au cycle (celui des apprentissages fondamentaux ou cycle 2).

Constats portant sur l'enseignement de la numération

- Le **nombre zéro est rarement construit**. Cela peut engendrer des difficultés dans l'apprentissage des écritures comme 50, 10, puis, ultérieurement, dans l'étude des nombres décimaux comme 10,302.
- **L'écriture 10 apparaît très précocement** sans avoir été construite. Certes, les élèves ont abondamment fréquenté cette écriture et savent l'oraliser. Mais ils ne comprennent pas, en début de cycle 2, ni le sens du 1 ni celui du 0 dans cette écriture. Deux risques apparaissent alors : l'un pour

2. CEDRE: Cycle des Évaluations Disciplinaires Réalisées sur Échantillon. <http://www.education.gouv.fr/cid53629/les-competences-en-mathematiques-des-eleves-en-fin-d-ecole-primaire.html>

3. Méthode dans laquelle l'enseignant expose un savoir qu'il demande ensuite aux élèves d'appliquer, laissant peu de place à la construction, même partielle, des savoirs par les élèves et aux interactions entre élèves ou avec le maître.

4. Par exemple le fait de pouvoir décomposer additivement les nombres relève d'une propriété des grandeurs.

5. Le fait que la base soit dix est une convention, le fait d'écrire à gauche le nombre de dizaines et à droite le nombre d'unités libres est une convention.

l'enseignant qui pense ne pas avoir à enseigner cette écriture qu'il croit connue des élèves, l'autre pour l'élève qui peut considérer cette écriture comme un nouveau symbole en soi, comme l'était le signe X signifiant dix pour les romains, et de ne pas y voir le résultat d'un processus de construction. Cela a pour effet de créer des obstacles majeurs dans le domaine des opérations.

- L'enseignement des nombres « dits à deux chiffres » est **morcelé**. D'une part cette expression « nombre à deux chiffres » n'a aucun sens puisque les nombres n'ont pas de chiffres et que seules certaines de leurs désignations en ont, d'autre part parce qu'un nombre donné peut s'écrire avec deux chiffres dans un système de numération et avec un seul chiffre ou trois dans un autre. Ce morcellement se traduit par des approches des nombres selon des découpages artificiels qui varient d'ailleurs selon les auteurs (par exemple de 1 à 10, puis de 11 à 20, puis de 21 à... ou bien encore de 1 à 16 et de 11 à 19 puis jusqu'à 39, puis jusqu'à 59, puis jusqu'à 79, etc.) comme si le processus qui conduit à l'écriture des nombres n'était pas le même de 10 à 99. Il n'y a **pas**, dans une telle démarche, **d'unité de sens dans la construction des écritures des nombres**. L'unité de sens des écritures dites « à deux chiffres » peut ne pas être perçue des élèves dans une approche morcelée. Il convient donc d'en faire un objet d'apprentissage en soi.
- Un **travail morphologique** sur la formation des noms de nombres dont les désignations verbales restent perçues comme des difficultés n'est que très rarement réalisé. Un travail sur la langue peut pourtant aider les élèves à maîtriser les désignations des nombres en langue naturelle et à établir les correspondances avec les désignations chiffrées (à partir des désignations à deux chiffres).

Constats portant sur l'enseignement de la géométrie

Le constat principal est le même que pour la numération. La géométrie n'est pas enseignée dans ce qu'elle a de plus profond : la mesure de la terre, son lien avec les objets, les réponses qu'elle apporte à certains problèmes. Or le *segment* de droite et l'*angle droit* peuvent s'enseigner comme réponses à des problèmes d'optimisation. De même, l'étude de certaines formes ou de certains solides peut s'enseigner en réponse à des problèmes de communication. Bien souvent, **la géométrie s'apparente donc plus à une leçon de chose** qu'à un apprentissage mathématique. Les formes (carré, cube, triangle, etc.) et les **termes spécifiques** qui permettent de les décrire (côté, face, arête, etc.) sont souvent présentés aux élèves hors situations de communications, situations qui pourtant leur donnent du sens.

Constats portant sur les outils de représentations

Le fait que les mathématiques travaillées en classes portent essentiellement sur des **représentations** n'est que peu mentionné, comme d'ailleurs les natures très diverses de ces représentations.

L'explicitation des outils de représentation nécessaires pour faire des mathématiques (croix, ronds, tableaux, arbres, schémas, nombres, carte, quadrillage, etc.) restent **sommaire**. Il convient pourtant, d'équiper les élèves de trousse à outils performantes, donc d'explicitier ces outils, d'en montrer l'utilité chaque fois que l'occasion se présente.

Souvent les fichiers utilisent les représentations iconographiques pour représenter les objets d'un problème. Il est pourtant fondamental de permettre aux élèves de se détacher du réel, de s'abstraire des dessins pour aller vers des représentations mentales des objets mathématiques. Le choix des outils de représentation, leur fréquentation, l'articulation entre différents modes de représentation (dont la langue naturelle), sont des exercices rarement présents dans les fichiers.

Représenter de manière abstraite est pourtant une tâche importante en mathématiques. C'est en effet par l'usage de représentations d'une part que l'on peut abstraire petit à petit, d'autre part que l'on peut communiquer.

Constats portant sur la place de la langue française

Les fichiers n'intègrent pas explicitement les apprentissages langagiers nécessaires à la compréhension et à l'écriture en situation d'apprentissage mathématique. On constate en particulier une **absence** :

- de travail explicite sur le **langage oral** (justifications, débats, etc.);
- de travail sur la **compréhension** de textes mathématiques (consignes, énoncés, etc.);
- de développement de **stratégies de lecture** spécifique au cycle 2 en mathématiques;
- d'activités **d'apprentissages de l'écriture** (copie, production de phrases réponses, productions d'écrits mathématiques, etc.);
- d'un travail lexical explicite sur le **vocabulaire spécifique** aux mathématiques;
- d'un travail explicite sur la langue française (orthographe, grammaire).

Conclusion sur l'ensemble de ces constats

L'ensemble de ces constats nous ont conduits à proposer une nouvelle démarche qui vise à donner une cohérence d'ensemble aux apprentissages en :

- réorganisant l'ordre d'étude des concepts, devenu quelque peu conventionnel mais ne répondant pas à une succession de problèmes;
- inscrivant cette progression dans une perspective de cycle et pas de niveau;
- abordant tout concept mathématique (relevant ou non d'une convention) en réponse à un problème vécu par les élèves;
- travaillant explicitement des notions fondamentales comme l'égalité;
- donnant une cohérence d'ensemble bien visible de l'approche des mathématiques, notamment par l'histoire et des phrases de structuration bien marquées;
- offrant de multiples exercices d'entraînement, modulables à des fins de différenciation;
- proposant l'écriture régulière des traces écrites portant sur les connaissances, mais aussi sur les stratégies;
- permettant aux enseignants, aux élèves et à leurs parents, de situer chacun dans ses progressions personnelles, en conservant trace des productions;
- intégrant un travail sur la langue aux apprentissages mathématiques.

La méthode des NuméRas

Une fiction, *La fabuleuse histoire des NuméRas*, sert de fil conducteur à l'apprentissage des mathématiques. Les NuméRas, personnages essentiels de cette fiction vivent des aventures qui les conduisent à formuler et à résoudre des problèmes de mathématiques. Ce faisant, ils construisent les mathématiques et proposent aux élèves de les construire avec eux⁶.

Une progression originale : un apprentissage autour de notions clés

La progression s'organise autour des notions clés de l'apprentissage de la numération au cycle 2. Le travail en géométrie est généralement amorcé par l'histoire, mais se construit de manière quelque peu décrochée.

Parmi ces notions clés, on relève :

• Les « Petits nombres » (dits de 1 à 9)

Ces premiers objets mathématiques, à eux seuls, constituent un outillage mathématique fondamental à partir duquel peuvent être proposés de très nombreux problèmes véritablement mathématiques : des problèmes de recherche, des problèmes ouverts, parmi eux, des problèmes nécessitant de développer des stratégies d'exhaustivité, des problèmes relevant de la structure additive, y compris sur de très grands nombres, des problèmes relevant de la division euclidienne comme la recherche d'un nombre de parts ou de la valeur d'une part, etc. Ces problèmes, de nature variée, centrés sur les stratégies, permettent d'exercer les compétences de recherche des élèves et de leur faire « faire » de véritables mathématiques avec des outils élémentaires.

Le sens du nombre est retravaillé sous différents aspects avec ces seuls nombres dits « de 1 à 9 » par abus de langage.

Le travail avec ces seuls nombres s'étale de fait sur une durée très longue puisque ces nombres permettent de désigner des très grands nombres, facilement jusqu'à 99.

La résolution de certains problèmes amène à la deuxième clé : la construction du nombre appelé zéro.

⁶. Les premiers élèves, amis des NuméRas, ont été les élèves de CP 2014-2015 de l'école élémentaire Pierre et Marie Curie d'Illzach (banlieue de Mulhouse).

- **Le nombre appelé zéro, aussi désigné par le symbole 0**

Ce nombre est introduit en réponse à des problèmes. La construction de son sens est essentielle puisqu'elle conditionne la compréhension de la désignation de position des nombres en base dix, puis, ultérieurement la compréhension des écritures des nombres décimaux.

- **La construction de la décomposition additive des nombres**

C'est par une véritable situation-problème que les élèves sont contraints de découvrir la décomposition additive des nombres. Cette décomposition leur permet dès lors de désigner tous les nombres, aussi grands soient-ils. Au prix, certes, d'écritures impossibles à retenir, impossibles à reconnaître d'un seul coup d'œil, ce qui nécessitera la construction d'un autre système de désignation des nombres.

Cette découverte impose l'introduction du signe +, permettant de traduire en langage mathématique ce que les élèves expriment en langue naturelle. Ce signe + est introduit en montrant son caractère conventionnel, par opposition à la décomposition additive qui est inhérente au réel.

Les très nombreuses décompositions additives d'un même nombre obligent alors à s'interroger sur la manière de classer ces désignations selon qu'elles désignent un nombre ou un autre. La nécessité d'exprimer ce constat impose l'utilisation de nouveaux mots: l'adjectif *égal*, le verbe *égaler*, le substantif *égalité*.

- **La construction du sens de l'égalité et la construction du signe =**

Le concept d'égalité est pris comme objet explicite d'apprentissage et le signe le traduisant est introduit en mettant en évidence son aspect conventionnel.

Il est en effet important de ne pas considérer le signe de l'égalité uniquement comme un déclencheur de calculs à effectuer, mais bien comme un signe indiquant que deux désignations (différentes ou *a fortiori* identiques) renvoient à un même nombre.

Cette notion va conduire les élèves à effectuer de très nombreux calculs et à s'interroger sur les propriétés de la relation d'égalité.

L'ensemble des signes mathématiques sont introduits tout d'abord en langue naturelle afin de bien exprimer leur sens. Les signes eux-mêmes sont présentés aux élèves en mettant en évidence leur caractère conventionnel. Les associations entre désignations en langue naturelle des signes et les signes eux-mêmes sont clairement explicitées.

Équipés des nombres dits « de zéro à neuf » et des outils que sont les décompositions additives des nombres et l'égalité, les élèves résolvent de très nombreux problèmes et se rendent compte des limites des désignations additives de nombres. Cette limite impose la découverte d'une nouvelle manière d'écrire les très grands nombres.

- **La construction du système de numération de position**

La limite mentionnée ci-dessus contraint à la construction du système de numération de position par les avantages qu'il propose pour désigner les nombres sous une forme condensée, forme explicite par la correspondance entre le nombre de dizaines et le nombre d'unités libres. Sont alors construites dans un premier temps les désignations de grands nombres comme 57, puis 50 afin de bien mettre en évidence le sens du 0 dans cette écriture. La construction de ces écritures se termine par celle de 10. Le sens du 1 et du 0 dans cette écriture est alors manifeste.

La question de l'association entre les désignations verbales des nombres (les noms de nombres) et leurs désignations chiffrées est facilitée par une analyse des noms de nombres. Une telle analyse peut être éclairée par une analyse des noms de nombres dans des langues parlées à la maison par des élèves de la classe (le turc ou le chinois par exemple).

- **Le développement de la maîtrise de la langue**

Enseigner les mathématiques en cycle 2 ne peut se faire sans prendre en compte des faits de langue souvent rencontrés en mathématiques (marques du pluriel, pronominalisation, syntaxe d'une question, syntaxe d'une phrase réponse, compréhension du lexique spécifique, etc.).

L'enseignement des mathématiques prend dans cette méthode davantage de sens par un travail explicite sur la langue, la langue s'enrichit de manière symétrique des apports provenant des mathématiques (collections de mots, collections de phrases, écriture d'un dictionnaire spécifique, etc.).

Pourquoi, comment enseigner les mathématiques à partir d'une histoire ?

Les mathématiques comme réponses à des problèmes

Les mathématiques ont pris corps dans des communautés et des civilisations différentes, tout au long de l'histoire de notre humanité. Elles sont le fruit de recherches, d'hésitations, d'échanges entre chercheurs, de débats, de travail acharné de certains. Elles sont aussi le fruit d'erreurs avérées. Elles sont nées en réponse à des problèmes vraisemblablement très pratiques au début de leur existence, et répondent aujourd'hui à des questions plus théoriques.

Ce choix est conforté par tous les programmes scolaires et constitue une injonction fondamentale des programmes de 2016⁷.

En effet, s'il est impossible d'enseigner les concepts mathématiques à l'école en suivant leur genèse, il est en revanche possible de créer un monde fictif dans lequel ces mêmes concepts apparaissent en réponse à des problèmes proposés dans l'histoire.

Le récit des aventures des NuméRas reproduit une partie des constituants essentiels de l'histoire de l'évolution des mathématiques. Ils sont le fruit de contributions d'individus isolés, mais aussi de productions collectives, notamment dans le cas de travaux de laboratoires de recherche. C'est pour cette raison que les NuméRas sont dotés d'un laboratoire de recherche. L'histoire, *La fabuleuse histoire des NuméRas* constitue le fil rouge⁸ de la construction des apprentissages.

Les avantages d'une histoire

Les avantages d'avoir recours à une histoire sont multiples :

- motiver en créant un lien affectif entre les élèves et les personnages ;
- donner du sens aux mathématiques qui progressent par résolution de problèmes ;
- donner envie aux élèves de résoudre des problèmes, pour former de petits « chercheurs » ;
- donner de la cohérence aux apprentissages en évitant un morcellement éditorial artificiel, comme par exemple enseigner les nombres dits de 10 à 19, puis ceux de 20 à 29, etc. ;
- donner du sens aux symboles utilisés (+, -, =, etc.), en les introduisant pour ce qu'ils sont, des conventions et des outils simplifiant les écritures ;
- déclencher, de façon ludique et naturelle, de très nombreux exercices de recherche ou d'entraînement (les « missions », attribuées aux NuméRas).

Le recours à une histoire permet également de questionner le monde, fournit de très nombreuses occasions d'un travail sur la langue ainsi que des prolongements dans d'autres disciplines.

L'histoire des NuméRas

La trame de l'histoire

La fabuleuse histoire des NuméRas raconte comment les NuméRas construisent et découvrent les mathématiques, invitant les élèves à les construire ou à les découvrir à leur tour. Ces personnages vivent sur la planète « Gée », fort éloignée de la Terre. Les nombreuses péripéties au fil de l'histoire les incitent à créer des mathématiques pour pouvoir résoudre les problèmes auxquels ils sont confrontés.

Leurs aventures sont simples et les personnages sympathiques.

Dans cet univers fictif, un laboratoire de recherche institutionnalise les connaissances nouvelles. La publication de ce laboratoire, *La Lettre du labo*, est le vecteur de cette institutionnalisation tandis que le journal *Les Dernières Nouvelles de Gée* (DNG), relate des événements plus courants et vulgarise les connaissances scientifiques. Ces deux médias constituent deux façons différentes de structurer les connaissances essentielles du point de vue des mathématiques. En montrant leur évolution, ils donnent de la cohérence aux apprentissages.

Les personnages

Parmi la communauté des NuméRas, on distingue deux catégories :

- **Les NuméRas à numéro** accomplissent d'autres tâches permettant de donner sens aux mathématiques. VendRa est un commerçant à qui il faut passer des commandes. ChercheRa et

7. B.O. Spécial n° 11 du 26 novembre 2015.

8. Qualifiée ainsi par la CNESCO : www.cnesco.fr/fr/numeration-des-experiences-innovantes/

RaMots encadrent des travaux de recherche. figurent parmi les personnages essentiels. Pour des raisons pédagogiques, chaque NuméRa à numéro ne sait compter que jusqu'au nombre inscrit sur son dossard.

- **Les NuméRas sans numéro** accomplissent d'autres tâches permettant de donner sens aux mathématiques. VendRa est un commerçant à qui il faut passer des commandes. ChercheRa et RaMots encadrent des travaux de recherche.

Un personnage odieux et méchant vient troubler la vie paisible des NuméRas, les contraignant à des découvertes mathématiques pour lutter contre lui.

Le niveau de langue

Cette histoire, destinée à être lue régulièrement aux élèves par l'enseignant⁹, est rédigée volontairement dans un langage relativement soutenu.

Ce choix permet aux élèves d'enrichir leur vocabulaire, de développer leur compréhension d'un texte narratif et d'accroître les connaissances et compétences sur la langue.

Les illustrations

Cette histoire est soutenue par des illustrations sous formes de planches accompagnant et soutenant la lecture de l'histoire. Les tracés des personnages sont simples et naïfs, afin qu'ils puissent aisément être représentés à leur tour par les élèves.

Comment se caractérise cette méthode ?

Quelle approche didactique ?

Un cycle véritablement « fondamental »

Le programme 2016, qui considère que les apprentissages en mathématiques au cycle 2 sont véritablement « fondamentaux », donne davantage de temps aux enseignants pour enseigner les connaissances et compétences attendues en fin de cycle. Cela se traduit notamment par l'intégration de la classe de CE2 à ce cycle et, plus modestement, par le fait que désormais le cycle 3 n'est plus un cycle « d'approfondissement » des connaissances et compétences, mais un cycle de « consolidation ».

Une telle révolution dans les libellés des programmes impose aux enseignants, d'une part de prendre le temps d'enseigner ; d'autre part, de tenir davantage compte des possibilités de leurs élèves en considérant leurs progressions non pas niveau par niveau, mais dans le cadre des trois années dévolues à ce cycle.

Un enseignement totalement repensé

Il découle de ces remarques que l'enseignement des mathématiques au cycle 2 doit être totalement repensé pour s'inscrire dans une progression cohérente, intégrant les apprentissages en français et structuré autour des concepts clés des mathématiques dont la non-maitrise entraîne des difficultés profondes, voire l'impossibilité pour les élèves d'aborder les mathématiques ultérieures.

L'approche des mathématiques dans cette méthode s'effectue donc de manière *innovante*¹⁰, en prenant appui sur les notions mathématiques à enseigner sur l'ensemble du cycle 2 même si la place de cet ouvrage se situe au début de l'enseignement élémentaire. Cette méthode ne donne donc pas d'indications de durées déterminées à consacrer à l'apprentissage de tel ou tel concept. Elle fournit cependant quelques points de repère temporels, laissant aux enseignants le soin d'ajuster au mieux l'ensemble des enseignements à ses élèves et de prendre le temps nécessaire avec les élèves les plus fragiles pour permettre à tous de réussir.

Afin de permettre cette régulation, la méthode ne propose pas une liste d'exercices ou de problèmes figés, mais des exemples d'exercices à adapter de manière différenciée aux élèves, conçus pour nourrir l'appétence et la curiosité des élèves les plus avancés, et de construire les acquisitions fondamentales des élèves les plus fragiles.

⁹. Les programmes de 2016 préconisent en effet de travailler la compréhension par la lecture magistrale de textes « plus complexes ».

¹⁰. Ainsi qualifiée www.cnesco.fr/fr/numeration-des-experiences-innovantes/

Les apprentissages fondamentaux ne se limitent pas aux contenus mathématiques comme *calculer*, mais aussi à des compétences plus transversales comme *chercher, modéliser, représenter, raisonner, communiquer*¹¹ en mathématiques et en français.

Quelle progression en numération ?

La construction de la numération de position s'effectue selon une approche très particulière et originale. Elle répond en cela aux conclusions de l'analyse de nombreux ouvrages scolaires, notamment des fichiers de CP, que les auteurs ont minutieusement effectuée et qui sont exposés ci-dessus (« Constats »).

La progression est indiquée et commentée dans le tableau suivant. Chacun des apprentissages mathématiques fondamentaux y est décrit brièvement une première fois, mais se met en place en plusieurs étapes tout au long du déroulement.

| | NOTIONS ABORDÉES | COMMENTAIRES |
|---|--|--|
| 1 | Les nombres de 1 à 9. Sens des nombres. Suites des noms de nombres de n en n , croissantes, décroissantes. Dénombrement de n en n (n variant de 1 à 3 ou 4). Dénombrement par additivité. | Il s'agit de réviser ces nombres, de permettre à tout primo-arrivant de les acquérir, à tout élève fragile de renforcer ou compléter ses acquis. Il s'agit aussi de rompre avec le comptage-numérotage en faisant des comptages de deux en deux, de trois en trois, ou irrégulier, qui mobilisent, de fait, la décomposition additive des nombres ¹² , Exemple 1 : <i>deux; deux et deux, quatre; quatre et deux, six; six et un sept. Il y a sept objets.</i> Exemple 2 : <i>trois; trois et trois, six; six et un sept. Il y a sept objets.</i> |
| 2 | Résolution de nombreux problèmes avec ces nombres de 1 à 9. Introduction du nombre zéro. | Les élèves, équipés des nombres de 1 à 9, résolvent de nombreux problèmes additifs ¹³ . Certains de ces problèmes font sentir la nécessité d'un nouveau nombre : le nombre zéro, dont ses représentations chiffrée et en mot seront introduites comme des conventions. |
| 3 | Le nombre comme outil pour vérifier l'équipotence de deux collections ou fabriquer une collection équipotente à une collection donnée. | Il s'agit pour certains élèves de consolidations d'acquis antérieurs, mais l'expérience montre que certains élèves en début d'école élémentaire ne mobilisent pas spontanément le nombre pour réaliser une collection équipotente à une collection donnée. Cet aspect du nombre (qui le définit) doit être maîtrisé par l'ensemble des élèves avant de poursuivre les apprentissages numériques qui, sinon, se trouveraient démunis de sens. |
| 4 | Introduction de la décomposition additive des nombres. Introduction du signe + et de sa désignation en langue. Introduction du signe - et de sa désignation en langue. | Les élèves ne disposant que des nombres de 0 à 9 doivent désigner des grandes quantités (par exemple seize) en n'utilisant que ces nombres. Ils découvrent alors en langue naturelle la décomposition additive des nombres. Le mot <i>et</i> est souvent utilisé pour cela. L'histoire introduit ensuite le signe +, en montrant son caractère conventionnel. Ce signe est utilisé après en résolution de problèmes et dans de nombreux exercices de composition, décomposition, recomposition additive. Des problèmes de retrait de quelques éléments d'une collection donnée, des problèmes de relation partie-tout, conduisent à introduire le signe -. Les élèves sont maintenant capables de désigner tous les nombres entiers. Mais certains restent hors de portée pour des questions matérielles. |

11. Verbes définissant les compétences travaillées dans les programmes du cycle 2 au cycle 4 de 2016 en mathématiques.

12. dans la continuité des programmes de cycle 1 : « trois c'est deux et encore un », etc. et en conformité avec les programmes de cycle 2 « l'étude systématique des relations numériques entre des nombres inférieurs à 10 [...] est approfondie durant toute l'année ».

13. Ce terme intègre les problèmes dits « soustractifs ».

| | | |
|---|---|---|
| 5 | La notion d'égalité, le signe = et son contraire, le signe différent \neq . | Les élèves effectuent de très nombreuses décompositions additives et les comparent. Ils découvrent alors que des désignations différentes dans leur forme définissent le même nombre. Le mot <i>égal</i> (verbe, adjectif, nom) permet de traduire ce fait dans la langue, le signe =, dans les écritures mathématiques. |
| 6 | Entraînement: écriture de très nombreuses égalités, justifications (égalité ou non). Écritures des nombres sous des formes très variées, notamment sous forme de division euclidienne. | Le peu de nombres disponibles obligent les élèves à effectuer de nombreux calculs pour désigner les grands nombres, les contraint à comparer les écritures de ces nombres, à justifier que deux écritures sont ou non égales, etc. Les nombres peuvent être écrits sous la forme d'une division euclidienne, par exemple: $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 3$. Cela permet de résoudre de très nombreux problèmes relevant de l'addition, de la division ou de la multiplication en ne mobilisant que le signe +. L'entraînement soutenu des élèves les conduit à retenir ce qu'il est convenu d'appeler les tables d'addition. |
| 7 | Nécessité de former des paquets pour faciliter les désignations des nombres. Paquets de dix, dizaines, unités, unités libres. | Les possibilités de travail avec les dix premiers nombres seulement sont infinies et exploitées abondamment. Mais lire les grands nombres, les retenir sous forme additive, devient difficile. La nécessité de former des paquets apparaît. Plus ceux-ci sont gros, plus les écritures sont courtes (dans un sens large). Formation de paquets de dix (par convention), désignations de ces paquets (dizaines) et des éléments qui ne peuvent former de paquet (unités dites libres). |
| 8 | Désignation des nombres dans le système de numération décimale en base dix. | Introduction des conventions de désignation des nombres dans le système usuel. Écritures de nombres tels que 57, 43, puis 50, 40 et enfin 10. Ainsi, le sens de chacun des deux signes dans l'écriture du nombre dix apparaît clairement aux élèves. Cette écriture n'est pas un nouveau symbole, mais le fruit d'une construction. |
| 9 | Association entre les désignations chiffrées des nombres et leurs désignations en langue. | La correspondance entre écritures chiffrées et les noms de nombres prend appui sur le fait que les élèves connaissent généralement la liste des noms de nombre assez loin. L'association entre les deux écritures se fait après analyse des mots de la langue, en passant par l'analyse d'autres langues connues d'élèves de la classe. Analyse morphologique des noms de nombres, mise en correspondance avec les désignations en chiffres. |

Quelle progression en géométrie et dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Les concepts fondamentaux comme celui de segment de droite et d'angle droit, répondent à des problèmes d'optimisation. Ils sont introduits dans cet ouvrage suivant leur raison d'être, à l'origine de leur existence.

Le travail sur les grandeurs et mesures répond à des questions portant sur leur sens, à savoir le fait qu'elles permettent d'ordonner des objets selon un critère donné, et de pouvoir dire si l'un est plus long, plus petit, plus court, qu'un autre. Les expressions diffèrent selon la grandeur dont il est question mais la démarche reste la même : comparer (longueurs, masses, durée, etc.).

La mesure des grandeurs répond ainsi à des problèmes de mémorisation ou de communication avec les conventions nécessaires permettant ces communications.

Ces notions sont introduites dans l'ouvrage au fur et à mesure de l'histoire en réponse à des problèmes que se posent les personnages. Leur développement, hors de l'histoire, est suggéré dans les prolongements, prenant ancrage sur le réel.

Notre approche pédagogique

Croisements entre les enseignements

L'approche pédagogique qui prévaut est une prise en compte globale des apprentissages¹⁴. La colonne vertébrale de l'ouvrage est l'enseignement des mathématiques, enseignement qui ne saurait cependant faire l'objet d'un cloisonnement :

- ni à l'intérieur même de la matière (en distinguant par exemple numération, géométrie, traitement ou représentation de données, etc.) ;
- ni à l'extérieur de cette matière, en séparant de manière artificielle les mathématiques des autres disciplines.

Cette méthode s'ouvre donc à d'autres disciplines chaque fois que l'occasion se présente. Le français y occupe une place privilégiée absolument indispensable.

Comment sont enseignés les outils ?

Les outils qui servent à modéliser, représenter, raisonner, communiquer, sont abordés au fur et à mesure des apprentissages, même lors de séances de jeux, là où ils apportent une efficacité, où ils permettent de convaincre, etc. Ils sont explicitement structurés comme outils.

Comment se développent les compétences générales ?

Chercher est certainement la compétence de premier ordre dans cette méthode. Elle est au cœur même de la méthode et associée chaque fois que nécessaire aux compétences décrites par les verbes *modéliser*, *représenter*, *raisonner*, *calculer* et *communiquer*¹⁵.

Le développement de certaines de ces compétences oblige à un travail affiné sur la langue, travail qui constitue la deuxième ossature de cet ouvrage.

Des missions à remplir : exercices et problèmes

Les exercices et problèmes sont conçus sous forme de « missions » à remplir. Ils sont adaptables par l'enseignant en fonction des élèves de sa classe. Un même exercice peut ainsi se décliner sous plusieurs formes et être proposé simultanément aux élèves de manière différenciée. Les différentes missions sont commentées à l'intérieur de chaque unité.

La méthode intègre des exercices de réinvestissement ainsi que des exercices de recherche ou des problèmes ouverts dans lesquels la solution ne découle pas de l'application d'une formule. Certains de ces exercices peuvent comporter plusieurs solutions. D'autres problèmes permettent la mise en place d'outils, par exemple pour des recherches exhaustives. Il est proposé aux enseignants de faire émerger explicitement les stratégies des élèves et de conserver des traces écrites différentes de celles retenues par la classe.

Certains jeux contribuent aux apprentissages mathématiques. Par exemple celui appelé le « jeu du trio », dont l'objectif est l'apprentissage des désignations de nombres dans différents registres sémiotiques. La méthode propose également d'autres jeux qui reposent davantage sur le tâtonnement et permettent de développer des stratégies, donc d'inciter à la réflexion.

14. Les programmes de cycle 2 préconisent notamment de réaliser des « projets ambitieux » associant les activités langagières, les pratiques artistiques [...] et/ou d'autres enseignements.

15. Programmes 2016.

Traces écrites

Conserver des traces écrites des productions des élèves, des stratégies personnelles, des stratégies collectives, de la progression en mathématiques et des principaux concepts est une nécessité.

Dans la plupart des « missions », deux zones sont ainsi réservées aux réponses :

- une première, destinée à une réponse individuelle de l'élève (à l'encre afin d'en conserver une trace, par opposition au crayon à papier) ;
- une seconde, grisée, conserve la réponse collective après mise en commun des réponses individuelles.

Il est en effet important pour l'élève, l'enseignant comme pour les parents, de pouvoir accéder à une trace montrant l'évolution des apprentissages de l'élève. Les missions seront alors collées dans le cahier de l'élève.

Les élèves doivent disposer d'un cahier d'essais pour les mathématiques, dit *Cahier de recherche*. Il doit être structuré de manière à ce que chaque zone de recherche, clairement délimitée, corresponde à la recherche de la réponse à une mission donnée, également identifiée. L'enseignant y trouvera alors trace des stratégies des élèves (schémas, dessins, calculs, écrits, etc.) et pourra solliciter l'élève pour communiquer sa stratégie à la classe.

Les comparaisons collectives de plusieurs stratégies permettent alors à la classe de choisir l'une ou l'autre qui pourra être écrite sur une affiche.

La Lettre du labo structure les apprentissages mathématiques et doit être collée dans le cahier des élèves, dit *Cahier des NuméRas* (voir Matériel p. 24), afin qu'eux-mêmes et leurs parents puissent avoir connaissance de la cohérence de la progression et de l'enchaînement des concepts en mathématiques.

Place des manipulations et matériel

Les manipulations sont nécessaires pour que les élèves comprennent le sens de certains problèmes et approchent certains concepts comme par exemple les groupements par dix.

Le matériel conseillé pour aborder la numération de position permet de former des groupements par dix, puis par cent. Il doit permettre aux élèves de se tromper afin qu'ils contrôlent par le dénombrement les quantités groupées.

Il convient ainsi absolument d'éviter tout matériel du type boîtes à œufs, comportant exactement dix emplacements pour dix objets ! Le nombre d'objets formant la dizaine est en effet alors conditionné par le matériel et échappe à l'attention de l'élève qui n'a nullement besoin de contrôler la quantité d'objets groupés (voir Matériel).

La manipulation ne constitue qu'une étape car l'objectif est de permettre aux élèves d'arriver à l'abstraction. Résoudre un problème par manipulation ne constitue pas une résolution mathématique, mais permet de comprendre le problème et de se remémorer la situation vécue lorsque le matériel est absent.

Calcul mental

Le calcul mental n'est pas proposé au début des apprentissages comme rituel prenant place en début de chaque cours de mathématiques. L'abondance des compositions, recompositions, transformations de toutes sortes que les élèves ont à faire dans l'exercice de leurs missions suffit en général à permettre l'acquisition « naturelle » des tables dites « tables d'addition » pour les nombres inférieurs à dix.

Certains dispositifs de calcul mental seront spécifiquement indiqués au fil des unités.

Maitrise de la langue française et enseignement des mathématiques

Enseigner les mathématiques au cycle 2 nécessite, peut-être plus encore qu'aux autres niveaux, un travail intégré à la langue française. Si les mathématiques sont un lieu d'exercice de la langue (oral, lecture, écriture), ils sont aussi un lieu d'apprentissage de cette discipline.

Travailler la langue en contexte mathématique permet ainsi aux élèves une meilleure compréhension des mathématiques, leur permet de mieux exprimer, à l'oral ou à l'écrit, leurs stratégies, les conclusions de leurs recherches, leurs argumentations, etc.¹⁶.

De manière symétrique, les mathématiques constituent un vivier d'exemples de mots, de groupes syntaxiques, de phrases, qui enrichissent les supports utilisés pour l'étude du français¹⁷.

Quelles activités de français mettre en place ?

La maîtrise de la langue française étant une priorité au cycle 2, des activités spécifiques de lecture, d'écriture et de langue sont proposées dans des supports tirés de l'histoire ou à partir des missions. La langue constitue également un outil au service de tous les apprentissages, permettant notamment de développer progressivement les structures syntaxiques, textuelles et lexicales spécifiques aux mathématiques.

Des activités de lecture

Les activités de lecture constituent un complément à l'histoire lue par l'adulte. Elles se présentent sous formes de fiches lecture, comprenant un texte reconstruit à partir de l'histoire lue et reprenant les informations essentielles de l'histoire, en particulier celles qui sont en rapport avec les apprentissages mathématiques. Les questions qui les accompagnent visent à consolider la lecture des mots et des phrases en mobilisant la compétence de décodage, et à développer la compréhension de l'histoire en lien avec l'écriture et l'étude de la langue.

En début de cycle 2, les textes proposés sont encore trop longs et complexes pour que les élèves puissent les lire en autonomie. La lecture du texte restera magistrale et la lecture autonome des élèves portera donc sur une sélection de phrases progressivement étendue à l'ensemble du texte. L'enseignant s'attachera à faire relire ultérieurement par les élèves les textes des unités précédentes, lorsqu'ils auront acquis de plus grandes habiletés en lecture. Ces relectures régulières permettront aussi de remémorer ou de remettre à jour la progression mathématique sous-jacente.

• Les fiches lecture

Les textes des fiches lecture peuvent être utilisés selon deux modalités, au choix de l'enseignant :

- comme de véritables supports d'apprentissage de la lecture, ils sont affichés (ou projetés) et découverts collectivement selon les modalités habituelles d'une découverte de texte « plus accessible »¹⁸. Les activités sont alors réalisées individuellement, suivies d'une mise en commun et d'une validation des réponses ;
- comme compléments à l'histoire lue par l'adulte, ils sont simplement lus par l'enseignant et les activités sont réalisées individuellement, en groupes ou collectivement.

Dans les deux cas, le texte est proposé comme lecture du soir. Cette lecture favorise l'appropriation de l'histoire par les élèves et participe à la construction de liens entre l'école et les familles.

Ces textes pourront aussi être intégralement lus ultérieurement par les élèves, comme une histoire connue qui rappellera la progression des apprentissages mathématiques.

• Les compétences développées

Les activités proposées dans les fiches lectures sont commentées en spécifiant les compétences développées, ainsi que les stratégies à mettre en œuvre par les élèves. Trois types d'activités récurrentes développent plusieurs compétences liées à l'apprentissage de la lecture¹⁹ :

- une activité portant sur des mots tirés du texte, mots fréquents ou essentiels à la compréhension de l'histoire ou des concepts mathématiques en jeu, dont la plupart seront à mémoriser ;
- une activité de compréhension du texte portant notamment sur l'identification d'informations explicites et implicites ;

16. Le programme de 2016 spécifie que « la langue est aussi un outil au service de tous les apprentissages du cycle dans des champs qui ont chacun leur langage. S'approprier un champ d'apprentissage, c'est pouvoir repérer puis utiliser peu à peu des vocabulaires spécifiques ».

17. « Tous les enseignements concourent à la maîtrise de la langue » (programmes 2016)

18. Voir Programmes 2016, cycle des apprentissages fondamentaux.

19. Voir programmes 2016 : « Identifier des mots de manière de plus en plus aisée », « comprendre un texte » et « contrôler sa compréhension ».

- une activité de lecture et d'écriture de phrases formées à partir des mots et proches de phrases utilisées dans le texte. Elles sont destinées à renforcer la compréhension et à développer l'apprentissage de la copie « experte ».

Des démarches cognitives et des méthodes explicitement suggérées

Pour lire les mots inconnus, les élèves utilisent leurs connaissances sur le code ou l'analogie avec des mots connus. Ces mots sont rangés par classe grammaticale qui, sans être explicitée, permet déjà de faire quelques constats. Ces classes sont identifiées par une couleur: on peut demander aux élèves de les souligner à leur tour au crayon de couleur, afin de rendre les élèves implicitement sensibles à leurs particularités explicitées ultérieurement. Quatre catégories sont retenues, les mots variables étant dans la même flexion (genre, nombre, personne, temps) que dans le texte :

- les noms, avec leur déterminant, afin de mettre en évidence leur genre et leur nombre ;
- les verbes précédés d'un pronom sujet, pour sensibiliser aux marques écrites de personne ;
- les adjectifs, en situation d'épithète ou d'attribut, pour montrer leur relation avec un nom ou un pronom ;
- les autres mots : adverbes, pronoms ou conjonctions.

La plupart de ces mots sont destinés à être mémorisés et seront collectionnés dans des boîtes à mots (voir la rubrique « Collection de mots »).

Dans les activités de compréhension, un travail explicite sur les stratégies vise à fournir aux élèves différents outils pour comprendre un texte :

- repérer visuellement des informations en intervenant sur le texte. On peut proposer deux versions du texte aux élèves: une version de travail où l'on peut souligner, surligner, encadrer, et une version de mémoire collée dans le *Cahier des NuméRas* pour relire le texte à la maison ;
- préciser comment trouver la réponse à une question: la réponse est écrite dans le texte, la réponse doit être trouvée en relisant plusieurs parties du texte, la réponse est dans la mémoire, la réponse doit être trouvée ailleurs que dans le texte ;
- recueillir toutes les réponses des élèves et faire justifier oralement les réponses avant validation de la réponse juste.

Les activités d'écriture visent essentiellement à apprendre à « copier de manière experte » :

- utiliser explicitement des modèles (les mots ou les phrases à lire) pour écrire juste, en veillant au début à proposer des modèles en écriture cursive au tableau ;
- s'entraîner à copier juste : copier mot à mot, puis par groupes de mots ;
- faire vérifier la copie par le voisin, par échange de copie²⁰. Chaque élève lit la copie d'un autre, souligne au crayon lorsqu'il voit une différence avec le modèle, puis rend la copie à son auteur, qui vérifie à son tour et corrige à partir du modèle.

D'autres activités de lecture sont proposées plus occasionnellement sur les consignes des missions, objets d'un travail explicite de compréhension pour développer des stratégies adaptées.

Les collections de mots

Les mots rencontrés dans l'histoire constituent autant d'occasions d'apprendre le vocabulaire spécifique, mais aussi de faire porter l'attention des élèves sur la formation des mots et sur les relations entre les mots. Certains outils sont donc proposés pour permettre aux élèves de mémoriser des mots fréquents ou spécifiques et de développer des stratégies pour mieux comprendre ces mots dans un contexte donné.

Les mots à mémoriser : « La boîte à mots mathématiques »

Les mots à lire dans les fiches lecture constituent un vivier de mots à mémoriser. Apprendre un mot signifie pour l'élève, outre savoir le décoder, connaître sa prononciation, son orthographe et son sens dans un contexte donné.

Ces mots gagnent à être collectés sur des fiches dans une boîte à mots mathématiques, que l'on peut aussi appeler « Les mots des NuméRas ». Cette boîte peut être collective et/ou individuelle. Proposée au début par l'enseignant, elle sera progressivement nourrie par les élèves eux-mêmes. Une liste de mots est suggérée pour chaque partie de l'histoire. Des modèles sont proposés sur le cédérom, respectant la présentation suivante :

²⁰ Les programmes de 2016 recommandent « une correction avec échanges au sein d'une "doublette" ».

- au recto : le mot est écrit en script et en cursive, dans une forme non fléchie (comme une entrée de dictionnaire) ;
- au verso : le mot est présenté en contexte dans la forme rencontrée dans le texte. Pour les mots variables, on ajoutera d'autres formes du même mot, au fur et à mesure des rencontres dans d'autres contextes.

Les élèves disposent ainsi d'un outil pour mémoriser les mots. Ces fiches serviront aussi de modèle pour copier les mots et fabriquer de nouvelles phrases par imitation des contextes inscrits au verso. Enfin, ces fiches permettent aussi de ranger les mots dans l'ordre alphabétique et de les classer en fonction de critères phonologiques, orthographiques, sémantiques ou morphologiques.

Les fiches de mots problématiques

Certains mots spécifiques rencontrés fréquemment en mathématiques et pouvant poser des problèmes de lecture ou de compréhension, en raison notamment de leur polysémie, seront collectionnés sur une fiche particulière, de format minimum A4.

Une première étape consiste à collecter différentes occurrences du mot dans des contextes variés, en mathématique ou hors mathématiques.

Une seconde étape visera à classer les mots en fonction de leur sens et de leur emploi. Il s'agit par exemple des mots *plus*, *tout*, *égal*, etc.

Les verbes irréguliers fréquents rencontrés en contexte mathématique peuvent aussi être l'objet d'une fiche destinée à collecter différentes formes de ces verbes, ainsi qu'à en préciser le sens en contexte.

Les collections spécifiques

Les mots rencontrés dans les textes de lecture peuvent aussi initier des collections spécifiques, thématiques, sémantiques ou grammaticales, à poursuivre dans d'autres contextes, comme par exemple, les mots pour décrire les formes, les verbes introducteurs de dialogues ou les mots du portrait.

La mission « dictionnaire »

Afin de familiariser progressivement les élèves à l'usage et aux caractéristiques d'un dictionnaire, une mission « dictionnaire » leur est confiée dès le premier chapitre pour élaborer le dictionnaire des NuméRas, tenu par RaMots.

Elle vise les objectifs suivants :

- chercher pour comprendre le sens de quelques mots choisis, en particulier des mots mathématiques ;
- développer une stratégie explicite pour comprendre le sens d'un mot inconnu : le contexte, la morphologie, le dictionnaire ;
- rédiger oralement une définition d'un mot par dictée à l'enseignant ;
- comprendre progressivement (sur l'année scolaire) comment se construit un article de dictionnaire : écrire une définition, ajouter un exemple, préciser la nature du mot, indiquer les particularités orthographiques, mettre en relation avec des mots de la même famille, ajouter un autre sens du mot, etc.

Dans chaque unité sont proposées des suggestions de mots à définir, ainsi que des stratégies à mettre en œuvre. Les mots sont extraits de l'histoire lue oralement par l'adulte. La mission-dictionnaire gagne à être réalisée à tour de rôle par des groupes d'élèves réduits, en atelier d'écriture accompagné par l'enseignant.

La démarche suivante peut être mise en œuvre après lecture de la mission dictionnaire (voir descriptif dans l'unité 1) :

- faire lire le mot écrit à définir (mettre en relation avec les connaissances sur le code) ;
- relire le ou les passage(s) où le mot apparaît dans le contexte de l'histoire et demander aux élèves s'ils connaissent le mot et s'ils peuvent l'expliquer ;
- utiliser une stratégie pour comprendre le mot : faire expliciter le sens en analysant le contexte, en relation avec la compréhension du texte (par exemple, comprendre grâce au contexte, qu'une « astuce », c'est un « truc »), s'appuyer sur la morphologie du mot en le comparant à un mot connu (par exemple rapprocher « comptine » de « compter ») ;

- rédiger par dictée à l'adulte une définition, à partir d'un modèle et d'une amorce (« une comptine est... », « se régaler, c'est... », etc.); compléter par l'exemple tiré du texte; ajouter progressivement d'autres rubriques;
- faire copier la définition en utilisant un traitement de texte, éditer la notice, la communiquer, la coller dans le dictionnaire des NuméRas.

C'est par la régularité d'une telle activité que les élèves peuvent développer de véritables capacités d'analyse lexicale.

Les collections de phrases

Les collections de phrases et de groupes syntaxiques constituent une première initiation à l'étude de la langue par un éveil de la conscience syntaxique. Il s'agit de listes analogiques destinées à familiariser les élèves à l'usage de certaines syntaxes ou accords²¹.

Outil collectif et/ou individuel, cette collection se présente comme un inventaire de phrases ou de groupes syntaxiques ayant la même structure, ou de verbes conjugués à la même personne, de groupes nominaux au singulier ou au pluriel, etc. Il s'agit toujours de phrases lues ou produites par les élèves dans les activités de lecture, collections progressivement enrichies à partir d'autres supports lus par les élèves, dans toutes les disciplines. Comme pour les mots, les élèves disposent ainsi de modèles pour écrire²². Cette fréquentation de modèles liée à de nombreuses activités d'écriture imitative favorise l'imprégnation de l'orthographe et de la régularité des accords. Ces mêmes collections serviront aussi pour structurer ultérieurement des connaissances sur la langue.

Pour chaque fiche lecture, les collections nouvelles seront spécifiées et les collections à poursuivre seront mentionnées. On pourra aussi y ajouter les nouvelles phrases produites par les élèves. Matériellement, chaque collection sera numérotée et identifiée par un titre explicite pour les élèves (par exemple : phrases avec *il y a, est*, etc.), sur une affiche collective et éventuellement dans un cahier individuel dédié à l'étude de la langue. Au bout de quelques semaines, des groupes d'élèves peuvent être responsables d'une structure particulière qu'ils auront pour mission de collecter dans tous les supports lus dans toutes les disciplines.

Concernant les phrases pour lesquelles les élèves n'ont pas encore suffisamment de compétences linguistiques pour les trouver en autonomie, l'enseignant pourra établir des étiquettes avec les phrases choisies, les distribuer aux élèves et leur demander de les repérer dans le support.

Ces collections, dont l'objectif explicite pour les élèves est de mieux lire et écrire, seront utilisées :

- pour lire et relire des phrases et s'imprégner de structures syntaxiques variées;
- comme modèle pour écrire de nouvelles phrases par imitation (*à quelle collection ressemble la phrase que tu veux écrire ?*);
- pour s'initier à l'orthographe grammaticale;
- pour observer et/ou classer les phrases afin de faire émerger des critères grammaticaux;
- pour les modifier afin d'observer d'autres phénomènes (notamment d'accord, par exemple substituer un singulier à un pluriel).

Les élèves sont ainsi conduits à observer des faits de langue récurrents et réguliers explicitement mis en réseau par ce type d'activité, puis à progressivement les structurer suite à des manipulations et des classements afin d'établir des régularités.

Les activités d'écriture

Enfin des activités d'écriture complètent ces activités de français. En effet, lecture et écriture doivent être développés simultanément²³. Certaines activités sont directement reliées aux activités de lecture, d'autres constituent des « missions » spécifiques. Ainsi la « mission dictionnaire » vise à la fois à initier les élèves à l'écriture définitive, ici par la dictée à l'adulte, mais surtout à la compréhension de ce type d'écrit scolaire, ainsi qu'au rôle de l'ordre alphabétique.

Des fiches écriture spécifiques sont proposées aux élèves, en lien avec les missions en mathématique. Elles sont principalement centrées sur la maîtrise des textes mathématiques à lire et à produire dans la classe : reformulations, consignes, phrases réponses, énoncés de problèmes, etc.

21. Les programmes de 2016 préconisent le « repérage d'analogies conduisant à l'élaboration de listes, à la collecte de mots ou de groupes de mots voire de phrases ».

22. Les programmes de 2016 préconisent « l'utilisation des listes constituées comme références pour la production d'écrits ».

23. « Lecture et écriture sont deux activités intimement liées dont une pratique bien articulée consolide l'efficacité. Leur acquisition s'effectue tout au long de la scolarité, en interaction avec les autres apprentissages ». (programmes 2016).

Déroulement

Un rituel quotidien

Régulièrement, les élèves découvrent le coffret de *La fabuleuse histoire des NuméRas* au même endroit dans la classe. L'ouverture du coffret constitue un véritable rituel qui permet de développer certaines compétences comme par exemple²⁴:

- « respecter les codes de la communication orale »;
- savoir « écouter pour comprendre des messages oraux ou des textes lus par un adulte »;
- « participer à des échanges » pour émettre des hypothèses.

Ce moment d'attention collective et de partage crée des liens forts entre l'enseignant et sa classe et déclenche les missions dont certaines sont réalisées en groupes ou en ateliers, d'autres en travail individuel.

Organisation du travail

Pour chaque unité, la démarche pédagogique est suggérée dans la rubrique déroulement. Ce déroulement propose une organisation détaillée des activités autour des apprentissages mathématiques et un lien vers les activités en français. On peut aussi y relier des apprentissages dans d'autres disciplines ou des lectures en réseau, suggérés sous forme de pistes dans la partie prolongements. Cette méthode a pour caractéristique de n'être pas verrouillée. Il est donc fortement suggéré à l'enseignant d'adapter les documents (missions et autres) aux élèves de sa classe.

Mise en place des activités

Dans un espace de regroupement, l'enseignant ouvre le coffret et les élèves découvrent :

- un extrait de l'histoire²⁵ des NuméRas,
- des missions mathématiques;
- des planches d'illustrations pouvant servir de support lors de la lecture du chapitre ou d'aides mémoire pour se remémorer ce qui s'est passé précédemment;
- des représentations des personnages du chapitre lu;
- des propositions de travail en français (missions dictionnaire, production d'écrit, etc.);
- des propositions de travail complémentaire en mathématiques, des activités indispensables (jeux, apprentissages géométriques) à découvrir dans la rubrique prolongements;
- des propositions de travail dans d'autres domaines (questionner le monde, EMC, arts plastiques).

Comment lire l'histoire des NuméRas?

Une lecture magistrale d'environ dix minutes sert le plus souvent de déclencheur d'activités mathématiques. La compréhension globale doit être ensuite travaillée. Afin de donner une consistance à l'univers des NuméRas et de susciter des représentations mentales fortes chez les élèves, le texte comprend un vocabulaire riche et des structures syntaxiques relativement complexes. La compréhension globale de ce texte reste cependant bien évidemment à la portée des élèves, comme les contes traditionnels qui partagent les mêmes caractéristiques linguistiques.

Certaines parties de l'histoire sont purement narratives. Elles sont signalées comme « lectures offertes ». Leur compréhension doit cependant être validée car elles servent la cohérence de l'histoire et contribuent à la motivation des élèves.

Le texte n'est pas à comprendre mot à mot mais les élèves peuvent très bien en saisir le sens global. Il est indispensable de demander par exemple aux élèves :

- de rappeler les événements passés;
- de reformuler avec leurs propres termes;
- de participer à des débats d'explicitation du sens;
- de répondre aux questions posées par les NuméRas.

Il doit être régulièrement demandé aux élèves de rappeler l'histoire en mettant en relief l'enchaînement des mathématiques induit par l'histoire.

24. Les citations qui suivent sont extraites des programmes de 2016.




25. Les extraits de l'histoire rythment les étapes de travail. Une étape peut se dérouler sur plusieurs jours, il n'y a donc pas un extrait de l'histoire par jour, mais chaque jour, les élèves découvrent de nouvelles missions dans le coffret des NuméRas. Les jours où il n'y a pas de nouveau chapitre de l'histoire à lire, il est fortement conseillé de relire tout ou partie du chapitre précédent. Certaines parties de l'histoire sont plus narratives et peuvent faire l'objet d'une simple lecture offerte sans ancrage direct avec des activités mathématiques.

Les missions mathématiques

Appelées traditionnellement « exercices », ces missions sont confiées par les NuméRas aux élèves. Il peut s'agir :

- d'exercices d'entraînement ;
- d'exercices d'approfondissement ;
- de calculs ;
- de problèmes traditionnels, de problèmes de recherche, de problèmes ouverts ;
- de jeux ;
- de travaux d'écriture d'énoncés de problèmes ;
- de questions directement adressées aux élèves.

Ces missions peuvent être organisées de façon :

- collective, signalée par le pictogramme 
- en groupe, signalée par le pictogramme 
- individuelle, signalée par le pictogramme 

Elles peuvent prendre appui sur des manipulations, avec ou sans la participation de l'adulte, voire avec l'aide d'un pair.

Des missions types sont proposées dans la rubrique « missions ». Elles peuvent se présenter sous deux formes :

- des missions uniques, à coller intégralement dans le *Cahier des NuméRas*,
- des missions répétitives, dont seulement une ou deux sont à coller dans le *Cahier des NuméRas*, et qui peuvent être reproduites en modifiant les données. Ces missions seront collées ou réalisées dans le *Cahier de recherches*.

Les « missions uniques » visent à introduire des concepts nouveaux, à placer l'élève devant une situation-problème ou à lui faire ressentir très fortement la nécessité d'un nouveau concept. Ces missions qui trouvent leur ancrage directement dans l'histoire, sont à réaliser en entier.

Les « missions répétitives » ont pour but de « faire des gammes », elles permettent à l'élève de s'entraîner de manière intense. Ces missions doivent bien souvent être reproduites par l'enseignant, adaptées par lui aux cas particuliers de certains élèves et sont à exécuter tant que l'habileté de l'élève n'est pas en place. Elles peuvent être réinvesties en parallèle dans des unités ultérieures et de manière décrochée par exemple dans le cadre d'un « *Supermarché des calculs* » (voir Unité 6, « Prolongements »).

En effet, le rythme de travail des élèves n'est pas le même : certains sont plus rapides que d'autres. La multitude des missions proposées permet de satisfaire l'appétence de chacun. Au bout d'un certain temps, les élèves peuvent même créer, rédiger, inventer eux-mêmes des énoncés mathématiques qu'ils donnent à résoudre à leurs camarades, voire même les corriger eux-mêmes. Ainsi les élèves ne sont pas seulement consommateurs (en résolvant les missions des NuméRas) mais deviennent acteurs de leurs apprentissages et prennent du pouvoir sur les mathématiques et sur la langue.

Les réponses des élèves aux missions sont mises en commun, objets de débats et de justifications qui conduisent à la validation d'une ou plusieurs solutions (voir traces écrites). Elles sont aussi l'occasion de productions écrites visant à la mise en mots des stratégies et procédures utilisées. L'enseignant passe à l'unité suivante quand une majeure partie de ses élèves maîtrise suffisamment l'unité en cours et continue à proposer des missions d'entraînement différencié aux élèves qui en ont encore besoin.

Chaque chapitre se termine par un « bilan » des apprentissages consigné dans une table des matières à la fin du *Cahier des NuméRas*. On y fera copier le numéro, le titre du chapitre et un bilan des apprentissages réalisés collectivement puis rédigé par dictée à l'adulte.

Matériel

Pour conserver des traces écrites

- **Un cahier de mathématiques**, appelé *Cahier des NuméRas*, grand format (24 x 32 cm) par élève, véritable *manuel* de l'élève, qui se construit au fur et à mesure des apprentissages. Dans ce cahier seront collés ou copiés, dans l'ordre :
 - les fiches de lecture qui font état de la progression à la fois de l'histoire et des concepts mathématiques²⁶ en tête chaque série de missions ;
 - pour chaque mission : un extrait comportant une reproduction du texte de la mission, le travail de l'élève sur une partie de cette mission, les corrigés ;
 - les traces des procédures et stratégies découvertes au fur et à mesure par la classe ;
 - les textes de *La Lettre du labo* qui structurent la progression en mathématiques ;
 - un bilan des apprentissages dans la table des matières.
- **Un cahier d'essai de mathématiques**, appelé *Cahier de recherches*, par élève. Ce cahier comportera la date et les références aux missions qui seront séparées par des traits « horizontaux ». Ce cahier, proche du « carnet d'expériences » en sciences, servira aux élèves :
 - pour effectuer des recherches et mettre au point des stratégies pour réaliser des missions. L'enseignant pourra s'y référer pour décoder les stratégies mises en place par les élèves ;
 - pour s'entraîner avec des missions répétitives dont seules les premières d'une série ou les plus caractéristiques de la série sont consignées dans le *Cahier des NuméRas*.
- **Un classeur** (petit format pour fiches A6) pour le *Dictionnaire des NuméRas* (pour la classe).

Pour manipuler

- Du petit matériel en grand nombre : haricots, petits cubes, etc.
- Du matériel en grand nombre pour former des groupements par dix : contenants de préférence opaques (boite de type pellicule photo, boîtes d'allumettes, petites pochettes zippées, etc.).
- Du matériel pour grouper par cent : contenants de préférence opaques (sacs cousus, grandes pochettes zippées, etc.).
- Du matériel de géométrie précisé dans les unités.

Pour mettre en scène *La fabuleuse histoire des NuméRas*

- Une boîte, appelée « Coffret » de *La fabuleuse histoire des NuméRas*, pour mettre en scène l'histoire et les missions. Cette boîte peut être construite à partir d'une boîte carton que l'enseignant pourra faire décorer par les enfants.
- Des NuméRas à fabriquer (à partir de gabarits proposés).
- Autre matériel précisé dans les unités : boîtes de KisKas, épicerie, etc.

²⁶. Les fiches de lecture doivent figurer en tête des étapes auxquelles sont attachées les missions. Elles seront travaillées au moment jugé opportun par l'enseignant en fonction des missions notamment.